

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ADALINE ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Аннотация: в статье рассматривается метод решения обратной задачи с использованием искусственной нейронной сети типа adaline. Приводится обоснование этого метода, варианты выбора параметра, отвечающего за точность и скорость получения искомым величин, также сформулированы результаты полученных расчётов.

Ключевые слова: искусственные нейронные сети, обратная задача, adaline, электроимпедансная томография, реконструкция изображения

Искусственная нейронная сеть (ИНС) представляет собой математическую модель биологической нейронной сети. Каждому входу нейрона (дендриту) в соответствие ставится некоторое число w_i , именуемое весом синаптической связи или просто весом. Синапсы (из биологического строения) - это места соединения выходов одних нейронов с входами других, где физический смысл синапса, это его электропроводимость. Массив значений синаптических связей всех нейронов ИНС называется массив весовых коэффициентов (весов) и, обычно, обозначается буквой W (рис. 1).

Математический нейрон характеризуется своим состоянием, которое определяется скалярным произведением вектора входных значений на вектор соответствующих им весовых коэффициентов. Входные значения нейрона x_i - это, прежде всего, значения на выходах нейронов предшествующих данному нейрону в сети и соединённых с ним. И лишь в частном случае, когда нейрон расположен в начале сети, это значения входного вектора данных. После того, как состояние нейрона определено, он готов послать сигнал дальше, но в зависимости от типа нейронной сети, на выходе нейрона должны получаться данные определенного характера. Поэтому выход нейрона Y (аксон) определяется значением некоторой функции (так называемой передаточной функции) от состояния нейрона $F(S)$ (аналог миелиновой оболочки).

ИНС появились не так давно, и к ним в наше время проявляют огромный интерес. Они представляют собой достаточно гибкий и простой в использовании механизм, способный подстраиваться под отдельную задачу. В них заключены огромные способности, которые помогут двигать технический прогресс намного эффективнее, и улучшить качество жизни людей. Например, применение ИНС в медицине, а именно в электроимпедансном томографе (ЭИТ), облегчает процесс получения изображения с него (рис. 1). Реконструкция изображений в ЭИТ требует решения нелинейной обратной задачи на зашумленных данных. Эта проблема, как правило, является плохо обусловленной.

В совместной статье Энди Адлера и Роберта Гардо[1] представлен алгоритм реконструкции, использующий ИНС, который вычисляет линейное приближение обратной задачи непосредственно из данных, полученных при решении прямой задачи. Преимуществом этого метода (применение ИНС) является его концептуальная простота и легкость реализации. Задача динамического изображения в ЭИТ включает оценку изменения проводимости в среде от электрических измерений на границе среды. Томографическая система, описанная в статье[1], использует 16 токоподающих / измерительных электродов (рис. 2), а нейронная сеть имеет тип адаптивного линейного элемента (ADALINE).

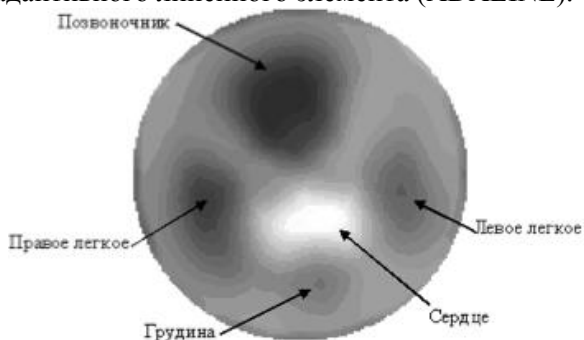


Рис. 1. Изображение, полученное с ЭИТ

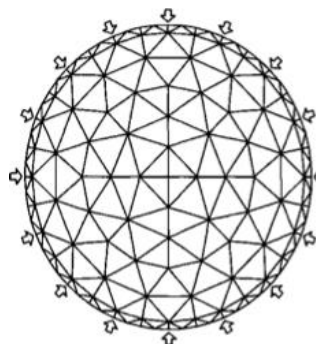


Рис. 2. Схема томографической системы, используемая при реконструкции изображения

Такое понятие, как ADALINE (рис. 3) в теорию ИНС ввели Бернард Уидроу и Тэд Хофф. В 1960 году они произвели некоторые модернизации перцептрона (нейронной сети, предложенной Фрэнком Розенблаттом). Изменению подверглись: передаточная функция F , определяющая значения на выходе отдельного нейрона (пороговая функция сменилась на линейную), и правило, по которому обучалась ИНС (правило обратного распространения ошибки сменилось правилом Least Mean Square – наименьшего среднеквадратичного).

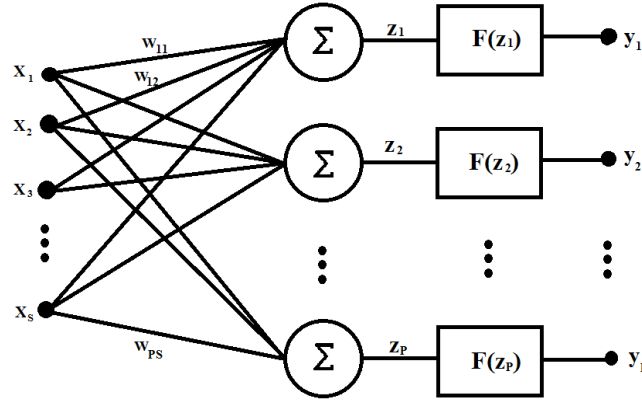


Рис. 3. ADALINE

$$\bar{x}_i \in R^S; \bar{d}_i, \bar{y}_i \in R^P; W \in R^{P \times S}; \bar{y}_i = F(W\bar{x}_i^T) = W\bar{x}_i^T; i = \overline{1, Q}$$

ИНС позволяют решать задачи, где обычные алгоритмы и методы применять затруднительно. Формула $\bar{y} = W\bar{x}^T$ описывает систему линейных алгебраических уравнений относительно вектора переменных \bar{x} : $A\bar{x} = \bar{d}$. Для случая, когда известны параметры A и \bar{d} , существует множество методов, позволяющих отыскать значение вектора \bar{x} (прямая задача). Но когда известны \bar{x} и \bar{d} (набор таких пар в теории ИНС называется обучающей выборкой), и требуется найти коэффициенты матрицы A (обратная задача), появляются трудности. В свою очередь, для ИНС решение обратной задачи не составляет труда. ИНС обучаются путем изменения коэффициентов весов, значит, их можно пытаться применять для решения обратной задачи по нахождению коэффициентов матрицы СЛАУ.

Правило, по которому обучается ИНС, носит название наименьшее среднеквадратичное, следовательно, функция ошибки представляет среднеквадратичное отклонение \bar{y} от \bar{d} .

$$E(W) = \sum_{i=1}^Q (\bar{d}_i - \bar{y}_i)^2 \xrightarrow{W} \min;$$

$$E(W) = \sum_{i=1}^Q (\bar{d}_i - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^Q (\bar{d}_i - W\bar{x}_i^T)^2 = \sum_{i=1}^Q \bar{d}_i^2 - \sum_{i=1}^Q 2\bar{d}_i W\bar{x}_i^T + \sum_{i=1}^Q W\bar{x}_i^T W\bar{x}_i^T$$

При помощи аппроксимации градиента функции ошибки мы получаем правило для изменения матрицы весовых коэффициентов ИНС.

Рассмотрим градиент целевой функции:

$$\nabla E(W) = \frac{\partial (d - W\bar{x}^T)^2}{\partial W} = 2(d - W\bar{x}^T) \frac{\partial (d - W\bar{x}^T)}{\partial W} = -2(d - W\bar{x}^T) \cdot \bar{x}$$

Построим итерационный алгоритм, взяв за основу метод градиентного спуска:

$$W_{k+1} = W_k - \alpha \nabla E(W_k); W_{k+1} = W_k + 2\alpha (d - W_k \bar{x}^T) \cdot \bar{x}, \quad k > 0$$

Нахождение параметра α не нуждается в одномерной минимизации, этот параметр (параметр скорости обучения) находится из условия сходимости правила обучения сети [2].

В ходе практического исследования нейронной сети было установлено новое правило для выбора параметра скорости обучения. Так называемая нормировка входных данных:

$$\alpha = \frac{1}{\|\bar{x}\|}, \quad \text{где} \quad \|\bar{x}\| = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q \sum_{j=1}^S x_{i,j}$$

Задача решалась для размера матрицы $S=16$. В работе были использованы два размера обучающей выборки: $Q_1=24$ и $Q_2=120$. Такие размеры взяты не случайно. Q_1 соответствует минимальному допустимому размеру, для предложенной размерности матрицы весов (из теории ИНС $S^2 < \frac{Q(Q-1)}{2}$). Размер Q_2 является максимальным, который может быть получен с ЭИТ за

один проход, определяется он следующей формулой: $C_S^k = \frac{S!}{k!(S-k)!}$, где $k=2$, т.к. через один

электрод подаём ток, через второй снимаем.

Ниже представлен график (рис. 4), на которых указано количество итераций, потраченных искусственной нейронной сетью для обучения, в зависимости от варианта выбора значения, параметра скорости обучения. Рассматривалось правило нормировки и значение параметра скорости обучения предложенное в статье [2], равное $\frac{2}{\lambda_{\max}}$, где λ_{\max} – максимальное собственное

значение матрицы $\sum_{i=1}^Q \bar{x}_i^T \bar{x}_i$. Из графиков видно, что лучше всего себя показал метод нормировки выборки входных данных.

При использовании полной выборки, количество итераций обучения сети сократилось в 2,5 раза, с 1000 до 400 (рис. 5).

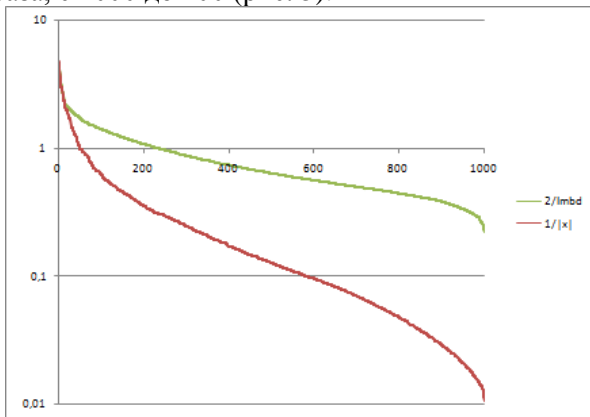


Рис. 4. Зависимость количества итераций от значения параметра скорости обучения (Логарифмическая шкала)

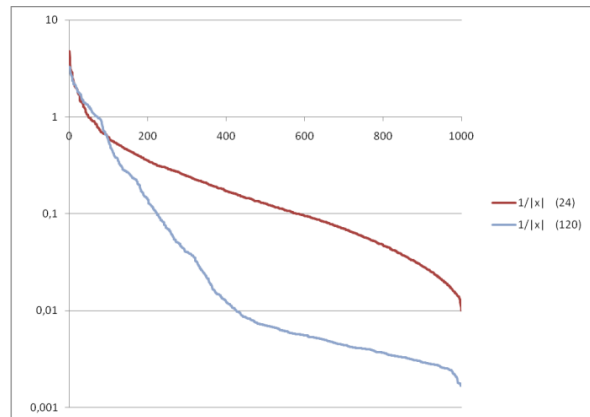


Рис. 5. Зависимость количества итераций от величины обучающей выборки (Логарифмическая шкала)

Как уже было отмечено выше, задача реконструкции изображения требует решения задачи, где известные данные являются зашумленными. В свою очередь существенным недостатком используемой нейронной сети являлось то, что она не подавляла ошибку на выходе, а наоборот суммировала её со всех своих дендритов.

$$\tilde{y}_i = \sum_{j=1}^S w_{1,j}(\bar{x}_i)_j = \sum_{j=1}^S w_{1,j}(x_{i,j} + \delta_{i,j}) = \sum_{j=1}^S w_{1,j}x_{i,j} + \sum_{j=1}^S w_{j,1}\delta_{i,j} = y_i + \Delta_i$$

В результате проведённой работы была изучена ИНС, принцип её работы и применения. Для решения поставленной задачи была разработана параллельная программа на языке Fortran, с использованием технологий MPI и OpenMP. Тестирование сети проводилось на суперкомпьютере НИ ТГУ СКИФ Cyberia. В дальнейшем планируется осуществить получение двумерного изображения методом конечных элементов, или эквивалентным методом.

Работа выполнена по Государственному Заданию Министерства образования и науки РФ, №5.628.2014/К.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Adler A., Guardo R. A Neural Network Image Reconstruction Algorithm for Electrical Impedance Tomography, IEEE Trans, Medical Imaging, 1994.
2. Widrow B. and Stearns S.D. Adaptive Signal Processing, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1985.